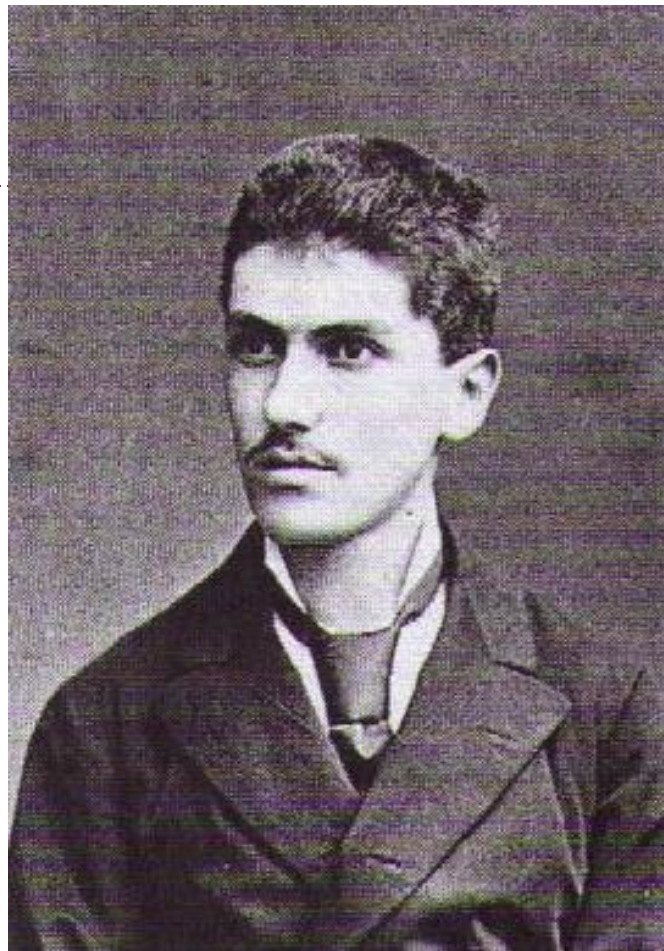


Заочная математическая школа



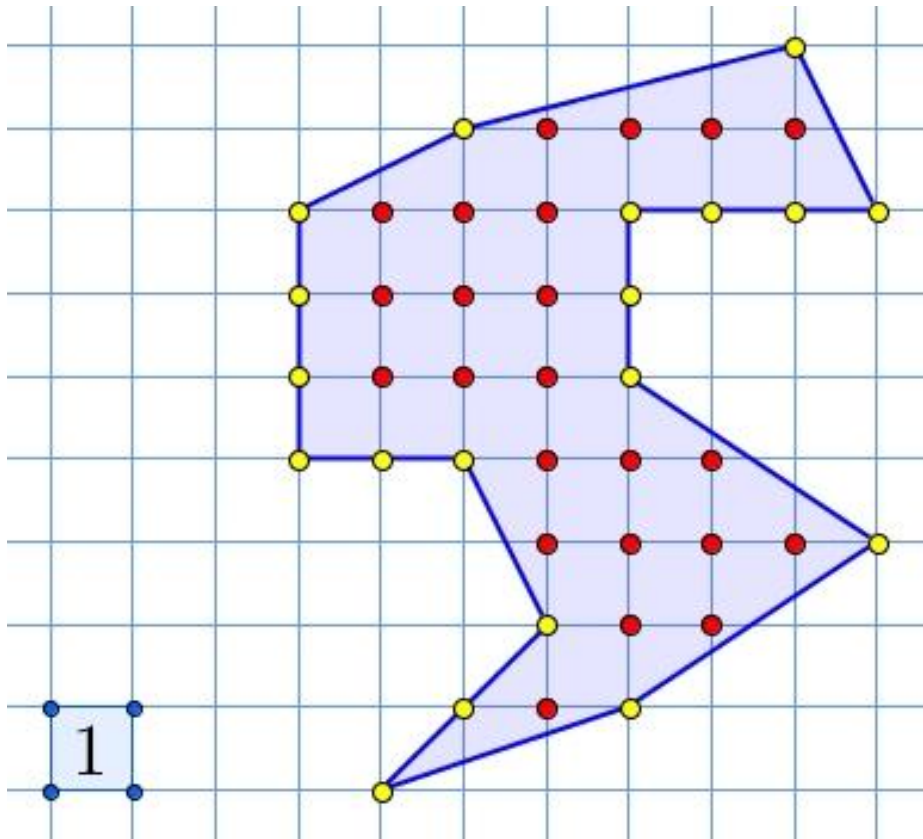
Формула Пика



Джордж Александр Пик
(1859 – 1942)
австрийский математик

Формула Пика

$$S_{\text{многоугольника}} = I + \frac{B}{2} - 1$$



I – число узлов, лежащих
внутри

B – число узлов, лежащих
на границе

У нас:

$$I = 23, B = 19$$

$$S = 23 + \frac{19}{2} - 1 = 31,5$$



$$S = I + \frac{B}{2} - 1$$

Формула Пика (примеры задач)

▶ Задача 1:

Вершины треугольника ABC расположены в узлах решетки, причем на его сторонах других узлов нет, а внутри его есть ровно один узел O .

Докажите, что O – точка пересечения медиан треугольника ABC .



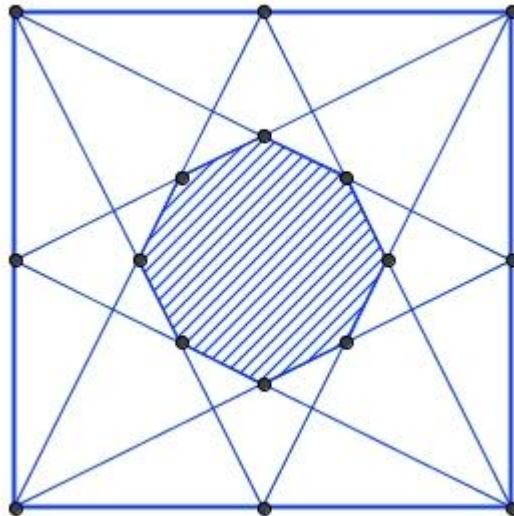
$$S = I + \frac{B}{2} - 1$$

Формула Пика (примеры задач)

► Задача 2:

Средины сторон квадрата соединены отрезками с противоположными вершинами.

Найти отношение площади квадрата к площади восьмиугольника, образованного проведенными отрезками.



$$S = I + \frac{B}{2} - 1$$

Формула Пика (примеры задач)

▶ Задача 3:

Докажите, что квадрат со стороной 6 покрывает не более чем $7^2=49$ точек решетки.

Обобщение и применение

▶ Обобщение:

- ▶ А что если многоугольник не такой простой?
Многоугольник с n «дырами»:

$$S = I + \frac{B}{2} - 1 + n$$

- ▶ Направления: самопересекающиеся многоугольники, не квадратные решетки, многогранники,...

▶ Применение:

- ▶ Эквивалент формулы Эйлера
- ▶ Наблюдение за состоянием лесного хозяйства