

Варіант №1

1. Із однієї точки простору відкладені три вектори \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} . Довести, що кінець вектора \mathbf{c} тоді і тільки тоді лежить на відрізку, який з'єднує кінці векторів \mathbf{a} і \mathbf{b} , коли виконується рівність $\mathbf{c} = \alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b}$, де $\alpha \geq 0$, $\beta \geq 0$, $\alpha + \beta = 1$. У якому співвідношенні кінець вектора \mathbf{c} ділить цей відрізок?

2. Задано три вектори \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} такі, що $|\mathbf{a}| = |\mathbf{b}| = |\mathbf{c}| = 1$, $\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c} = 0$. Обчислити $(\mathbf{a}, \mathbf{b}) + (\mathbf{b}, \mathbf{c}) + (\mathbf{c}, \mathbf{a})$.

3. На векторах $\mathbf{a}(2, 3, 1)$ і $\mathbf{b}(-1, 1, 2)$, відкладених з однієї точки, побудован трикутник. Знайти площу цього трикутника.

4. У паралелограмі ABCD точка E лежить на стороні BC, а точка F - на стороні AB, причому $|BE|:|BC|=1:4$, $|BF|:|AF|=2:5$. Знайти координати точки площини в системі координат C , \vec{CE} , \vec{CD} , якщо відомі її координати x' , y' в системі координат E, \vec{EF} , \vec{ED} .

Варіант №2

1. У паралелограмі ABCD точка K - середина відрізка BC і точка O - точка перетину діагоналей. Приймаючи за базисні вектори \vec{AB} і \vec{AD} , знайти в цьому базисі координати векторів \vec{BD} , \vec{CO} , \vec{KD} .

2. У трикутнику ABC відомі довжини сторін: $|AB|=5$, $|BC|=3$, $|AC|=4$. Знайти скалярний добуток (\vec{AC}, \vec{BC}) .

3. На векторах $\mathbf{a}(2, 3, 1)$ та $\mathbf{b}(-1, 1, 2)$, відкладених з однієї точки, побудовано трикутник. Знайти довжини трьох його висот.

4. У правильній шестикутній піраміді SABCDEF з вершиною S точка M є центром основи. Знайти координати точки простору в системі координат A, \vec{AB} , \vec{AF} , \vec{AS} , якщо відомі її координати x' , y' , z' у системі координат S, \vec{SC} , \vec{SD} , \vec{SM} .

Варіант №3

1. У трикутнику ABC точка M - середина відрізка AB і точка O - точка перетину медіан. Приймаючи за базисні вектори \vec{AB} і \vec{AC} , знайти в цьому базисі координати векторів \vec{AM} , \vec{AO} , \vec{MO} .

2. У трикутнику ABC відомі довжини сторін: $|AB|=7$, $|BC|=4$, $|AC|=5$. Знайти скалярний добуток (\vec{AC}, \vec{BC}) .

3. Із однієї точки відклали чотири вектори \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} , \mathbf{d} . Вектор \mathbf{d} має довжину 1 і утворює з некомпланарними векторами \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} рівні гострі кути. Виразити вектор \mathbf{d} через вектори \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} .

4. У тетраедрі ABCD точка M - точка перетину медіан грані BCD. Знайти координати точки простору в системі координат A, \vec{AB} , \vec{AC} , \vec{AD} , якщо відомі її координати x' , y' , z' у системі координат M, \vec{MB} , \vec{MC} , \vec{MA} .

Варіант №4

1. У тетраедрі OABC точки K, L - середини ребер OA, OB відповідно, S - точка перетину медіан трикутника ABC. Приймаючи за базисні вектори \vec{OA} , \vec{OB} і \vec{OC} , знайти в цьому базисі координати векторів \vec{AB} , \vec{BC} , \vec{AC} , \vec{KL} .

2. У трикутнику ABC відомі довжини сторін: $|AB|=3$, $|BC|=2$, $|AC|=3$. Знайти скалярний добуток (\vec{AC}, \vec{BC}) .

3. Із однієї точки відклали чотири вектори \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} , \mathbf{d} . Вектор \mathbf{d} має довжину 1 і утворює з некомпланарними векторами \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} рівні тупі кути. Виразити вектор \mathbf{d} через вектори \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} .

4. У трикутнику ABC точка D лежить на стороні BC, а точка E лежить на продовженні сторони AC за точку C, причому $|BD|:|DC|=1:2$, $|AC|:|CE|=3:1$. Знайти координати точки площини в системі координат A, \vec{AB} , \vec{AC} , якщо відомі її координати x' , y' у системі координат D, \vec{DA} , \vec{DE} .