Зачетное задание по аналитической геометрии. Семестр 2. Вариант 1

1. Найдите уравнения касательных к окружности $(x+3)^2+(y+1)^2=4$, параллельных прямой $5x-12y+1=0$.

2. Напишите уравнение касательной к параболе $y^2=4x$, отсекающей на осях координат равные отрезки.

3. Через точку $A(\frac{7}{2},\ \frac{7}{4})$ проведите хорду эллипса $x^2+4y^2=25$, делящуюся в этой точке пополам.

4. Определите тип кривой второго порядка $7x^2+7y^2+6x-2y-10=0$, составьте ее каноническое уравнение и найдите каноническую систему координат.

5. Даны вершины треугольника $ABC: A(6,\ 0),\ B(0,\ 4),\ C(6,\ 4)$. Найдите уравнение линии 2 порядка, описанной около этого треугольника, зная, что ее центр находится в точке $M(4,\ 3)$.

6. Найдите ГМ хорд сферы $(x-1)^2+(y-4)^2+(z+1)^2=25$, делящихся точкой $(3,\ 5,\ 1)$ пополам.

7. На касательной плоскости к эллипсоиду $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ плоскостями координат образован треугольник с центром тяжести в точке касания. Найдите координаты точки касания.

8. Найдите уравнения прямых, по которым поверхность конуса вращения $xy+xz+yz=0$ пересекается с плоскостью, проходящей через ось и точку $(1,\ 2,\ 3)$.

9. Найдите диаметральную плоскость поверхности $x^2+2y^2-z^2-2xy-2zy+2xz-4x-1=0$, параллельную плоскости $x+y+z=0$.

10. Ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду уравнение поверхности $5x^2+6y^2+7z^2-4xy+4zy-10x+8y+14z-6=0$. Найдите формулы преобразования координат.

Зачетное задание по аналитической геометрии. Семестр 2. Вариант 2

1. На эллипсе $\dfrac{x^2}{4} + y^2 = 1$ найдите точки, из которых отрезок, соединяющий фокусы, виден под углом 90 град.

2. Найдите уравнение гиперболы, оси которой совпадают с осями координат, если она содержит точку $A(4, -2\sqrt{2})$ и касается прямой $3x + y + 8 = 0$.

3. Через точку $A(3,\ -1)$ проведите хорду гиперболы $\dfrac{x^2}{4} - y^2 = 1$, делящуюся пополам в этой точке.

4. Определите тип кривой второго порядка $9y^2 - 7y - 16 = 0$, составьте ее каноническое уравнение и найдите каноническую систему координат.

5. Три вершины параллелограмма: $O(0,\ 0)$, $A(4,\ 0)$, $B(2,\ 2)$, A и B – противоположные вершины. Найдите уравнение эллипса, вписанного в этот параллелограмм и касающегося стороны OA в ее середине.

6. Найдите координаты центра и радиус окружности $x^2 + y^2 + z^2 - 12x + 4y - 6z + 24 = 0,\ 2x + 2y + z + 1 = 0$.

7. Докажите,что все нормали к поверхности $xy + xz + yz = 0$ образуют одинаковый угол с прямой $x = y = z$.

8. На гиперболическом параболоиде $y^2 - z^2 = 2x$ найдите ГМ точек, через которые проходят две взаимно перпендикулярные образующие.

9. Найдите диаметральную плоскость поверхности $x^2 + y^2 - 2x - 1 = 0$, проходящую через точку $(2,\ 1,\ 0)$, а также направление с ней сопряженное.

10. Ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду уравнение поверхности $2x^2+5y^2+11z^2-20xy+4zx+16zy-24x-6y-6z-18$. Найдите формулы преобразования координат.

Зачетное задание по аналитической геометрии. Семестр 2. Вариант 3

1. Найдите уравнения общих касательных к окружностям: $(x-2)^2+(y+1)^2=9,\ (x-4)^2+(y-3)^2=1$.

2. Найдите уравнения нормалей к эллипсу $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{2}=1$, образующих угол 45 град. с его большой осью.

3. Напишите уравнение окружности, проходящей через начало координат и через точки пересечения параболы $y=\dfrac{x^2}{a}-2x+a$ с осями координат.

4. Найдите уравнение кривой второго порядка, проходящей через следующие пять точек: $(0,0),\ (0,2),\ (-1,0),\ (-2,1),\ (-1,-3)$.

5. Найдите уравнение эллипса, центр которого находится в $C(2,\ 1)$ и прямые $y-2=0,\ x-y=0$ служат касательными в концах двух сопряженных диаметров этого эллипса.

6. Найдите уравнение сферы, проходящей через окружности $x^2+y^2=9,\ z=0$ и $x^2+y^2=25,\ z=2$.

7. Докажите,что все нормали к поверхности $x^2+y^2+z^2=xy+yz+xz+1$ образуют одинаковый угол с прямой $x=y=z$.

8. На гиперболическом параболоиде $\dfrac{y^2}{p}-\dfrac{z^2}{q}=2x$ найдите ГМ точек, через которые проходят две взаимно перпендикулярные образующие.

9. Найдите диаметральную плоскость поверхности $4x^2+y^2+z^2+4xy-4zx-2zy+x-y-1=0$, проходящую через начало координат, а также направление с ней сопряженное.

10. Ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду уравнение поверхности $x^2+2y^2-3z^2+12xy-8xz-4zy+14x+16y-12z+33=0$. Найдите формулы преобразования координат.

Зачетное задание по аналитической геометрии. Семестр 2. Вариант 4

1. Докажите, что две данные окружности $(x-1)^2+(y-2)^2=18$ и $(x-5)^2+(y-6)^2=2$ касаются, найдите уравнение их общей касательной, проходящей через точку касания этих окружностей.

2. Составьте уравнения сторон квадрата, описанного около эллипса $\dfrac{x^2}{5}+\dfrac{y^2}{4}=1$.

3. Составьте уравнение параболы, зная, что ее диаметры параллельны прямой $x+y=0$ и что она проходит через точки $(0,\ 0)$, $(0,\ 1)$, $(-2,\ 0)$.

4. Даны четыре точки: $(0,15)$, $(3,0)$, $(5,0)$, $(2,3)$. Найдите уравнение кривой параболического типа, проходящей через данные точки.

5. Докажите, что асимптоты равносторонней гиперболы являются биссектрисами углов между любыми двумя ее сопряженными диаметрами.

6. Найдите уравнение сферы, проходящей через окружность $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+2)^2=49$, $2x+2y-z+4=0$ и через точку $(1,\ -2,\ 0)$.

7. На поверхности $xy+zx+yz=3$ найдите точку, ближайшую к плоскости $x+y+z=0$.

8. Найдите прямолинейные образующие поверхности $xy+xz+y+z+1=0$.

9. Найдите уравнения диаметра поверхности $4x^2+6y^2+4z^2+4zx+8y-4z+3=0$, перпендикулярного к плоскости xOz.

10. Ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду уравнение поверхности $3x^2-2y^2-z^2+4xy+8zx-12zy+18x-12y-6z=0$. Найдите формулы преобразования координат.

Зачетное задание по аналитической геометрии. Семестр 2. Вариант 5

1. Определите длину той фокальной хорды параболы $y^2 = x/5$, которая перпендикулярна оси параболы.

2. Найдите уравнение касательной к параболе $y^2 = -8x$, отрезок которой между точкой касания и директрисой делится осью Oy пополам.

3. Найдите множество точек, являющихся серединами хорд гиперболы $x^2 - 2y^2 = 1$, параллельных прямой $2x - y = 0$.

4. Определите тип кривой второго порядка $9xy + 4 = 0$, составьте ее каноническое уравнение и найдите каноническую систему координат.

5. Найдите необходимое и достаточное условие того, что прямая $Ax + By + C = 0$ касается гиперболы $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$.

6. Найдите уравнение сферы, проходящей через окружность $x^2 + y^2 - 11 = 0,\ z = 0$ и касающейся плоскости $x + y + z = 5$.

7. На поверхности $x^2 + y^2 + z^2 + zx + yz + yx = 6$ найдите наиболее высокую и наиболее низкую точки.

8. Найдите уравнения прямолинейных образующих поверхности $4y^2 - z^2 + x - 8y - 8z - 2 = 0$, пересекающих ось Ox.

9. Найдите диаметральную плоскость, общую поверхностям $x^2 + y + z = 0,\ x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2z = 0$.

10. Ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду уравнение поверхности $4x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 4zx - 4zy - 10x + 4y + 6 = 0$. Найдите формулы преобразования координат.

Зачетное задание по аналитической геометрии. Семестр 2. Вариант 6

1. Через точку $M(0,\ 3)$ проведите прямую, пересекающую эллипс $x^2+4y^2=20$ в двух точках A и B так, что $|MA|=2|MB|$.

2. Найдите уравнение параболы, симметричной относительно оси Oy и касающейся прямых $y+2x=0$ и $8x-2y-3=0$.

3. Найдите множество точек, являющихся серединами хорд эллипса $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$, параллельных прямой $x+2y=1$.

4. Определите тип кривой второго порядка $81x^2-36xy+4y^2=0$, составьте ее каноническое уравнение и найдите каноническую систему координат.

5. Найдите необходимое и достаточное условие того, что прямая $Ax+By+C=0$ касается параболы $y^2=2px$.

6. На прямой, проходящей через начало координат и точку $(1,\ 1,\ 1)$ найдите такую точку, касательные из которой к данным сферам $(x-2)^2+(y-5)^2+z^2=1,\ (x-4)^2+(y-3)^2+(z-6)^2$ равны.

7. На гиперболическом параболоиде $xy=z$ найдите точки, нормаль в которых составляет с осью Oz угол 45 град.

8. Найдите уравнение гиперболоида, у которого прямые $2x-1=0,\ z=y;\ 2x=z,\ y+1=0;\ 2x=-z,\ y=1$ являются образующими одного семейства.

9. Найдите уравнения какой-нибудь хорды поверхности $x^2+y^2-z^2-2xy-2zy+2xz-4x-1=0$, сопряженной плоскости $x-y+z=6$.

10. Ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду уравнение поверхности $y^2-z^2+4xy-4zx-2x+6y+2z+8=0$. Найдите формулы преобразования координат.

Зачетное задание по аналитической геометрии. Семестр 2. Вариант 7

1. Составьте уравнение эллипса, если известны его фокусы $F_1(5,\ 1)$, $F_2(-1,\ 1)$, а прямая $x = \dfrac{31}{3}$ является одной из директрис.

2. Докажите, что касательные в точке пересечения эллипса и гиперболы, имеющих общие фокусы, взаимно перпендикулярны.

3. Найдите расстояние от центра окружности $x^2 + y^2 + ay = 0$ до прямой $y = 2(a - x)$.

4. Определите тип кривой второго порядка $2x^2 - 4xy + 5y^2 + 8x - 2y + 9 = 0$, составьте ее каноническое уравнение и найдите каноническую систему координат.

5. Найдите необходимое и достаточное условие того, что прямая $Ax + By + C = 0$ касается эллипса $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$.

6. Найдите уравнение сферы, ортогональной четырем данным сферам: $x^2+y^2+z^2 = 9$, $(x+5)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 53$, $(x+1)^2 + y^2 + (z+3)^2 = 39$, $x^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 10$.

7. Докажите,что плоскость, касающаяся поверхности $x^2 + y^2 + z^2 = xy + xz + zy$ в точке $M(x_1,\ y_1,\ z_1)$ содержит прямую, проведенную из начала координат в точку M.

8. Определите угол между прямолинейными образующими однополостного гиперболоида $x^2 + y^2 - z^2 = 1$, проходящими через произвольную его точку.

9. Дана поверхность $x^2 - 4y^2 - 4z^2 + 10yz + 2x + 2y + 2z + 3 = 0$. Найдите диаметральную плоскость, параллельную плоскости $3x+3y-5z+4 = 0$, и найдите уравнение сопряженного ей диаметра.

10. Ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду уравнение поверхности $x^2-2y^2+z^2+4xy+4zy-10xz+2x+4y-10z-1 = 0$. Найдите формулы преобразования координат.

Зачетное задание по аналитической геометрии. Семестр 2. Вариант 8

1. На гиперболе $x^2 - \dfrac{y^2}{4} = 1$ найдите точки, из которых отрезок, соединяющий фокусы, виден под прямым углом.

2. Из произвольной точки директрисы кривой второго порядка проведены две касательные к этой кривой. Докажите, что прямая, соединяющая точки касания, проходит через фокус, соответствующий этой директрисе.

3. Найдите угол между диагоналями прямоугольника, вершины которого находятся в точках пересечения эллипса $x^2 - 3y^2 = 12L^2$ и гиперболы $x^2 - 3y^2 = 6L^2$.

4. Определите тип кривой второго порядка $xy + 2x + y = 0$, составьте ее каноническое уравнение и найдите каноническую систему координат.

5. Найдите наименьший острый угол между сопряженными диаметрами эллипса с полуосями a и b, $a > b$.

6. Шар $x^2 + y^2 + z^2 = 2z$ освещен пучком лучей, параллельных прямой $x = y = z$. Найдите форму тени на плоскости xOy.

7. Плоскость, касательная к гиперболоиду $x^2 + y^2 - z^2 = 1$ в точке $(1,\ 0,\ 0)$ пересекается с ним по двум прямым. Определите угол между ними.

8. Определите угол между прямолинейной образующей однополостного гиперболоида $x^2 + y^2 - z^2 = 1$ и касательной к окружности горлового сечения в той точке, в которой эта окружность пересекается с рассматриваемой образующей.

9. Найдите ГМ центров сечений поверхности $x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2xy - 2zy + 2x - 2z - 1 = 0$ плоскостями, параллельными плоскости $x - y + z = 0$.

10. Ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду уравнение поверхности $4x^2 + y^2 + 4z^2 - 4xy + 8xz - 4zy - 12x - 12y + 6z = 0$. Найдите формулы преобразования координат.

Зачетное задание по аналитической геометрии. Семестр 2. Вариант 9

1. Составьте уравнения сторон правильного треугольника, описанного около эллипса $\dfrac{x^2}{9} + y^2 = 1$, если одна из вершин треугольника лежит на оси Ox.

2. Докажите, что нормаль к эллипсу в произвольной его точке делит пополам угол, образованный лучами, выходящими из этой точки и проходящими через фокусы эллипса.

3. Эллипс, симметричный относительно Ox и прямой $x = -5$, проходит через точки $(-1,\ 1.8)$, $(-5,\ 3)$. Напишите уравнение эллипса и постройте его.

4. Определите тип кривой второго порядка $25x^2 - 30xy + 9y^2 + 68x + 19 = 0$, составьте ее каноническое уравнение и найдите каноническую систему координат.

5. Докажите, что сумма квадратов двух сопряженных полудиаметров эллипса одна и та же для каждой пары диаметров.

6. Найдите тень от эллипсоида $(x + y + z)^2 + x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ на плоскости $x + y + z = 0$, если лучи перпендикулярны этой плоскости.

7. Через прямую $z = c\sqrt{3}$, $\dfrac{x}{a} = \dfrac{y}{b}$ проведите плоскость, касательную к эллипсоиду $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} + \dfrac{z^2}{c^2} = 1$.

8. Найдите уравнение плоскости, параллельной данной плоскости $x-y+z-5 = 0$ и пересекающей параболоид $\dfrac{y^2}{9} - \dfrac{z^2}{4} = 2x$ по двум прямолинейным образующим. Найдите уравнения этих образующих.

9. Найдите уравнение диаметральной плоскости поверхности $x^2 + 2y^2 - z^2 - 2xy - 2yz + 2zx - 4x - 1 = 0$, проходящей через точки $(0,\ 0,\ 0)$, $(1,\ 1,\ 0)$, и найдите вектор, параллельный сопряженным ее хордам.

10. Ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду уравнение поверхности $5x^2 + 5y^2 + 8z^2 - 8xy - 4zx - 4zy = 0$. Найдите формулы преобразования координат.

Зачетное задание по аналитической геометрии. Семестр 2. Вариант 10

1. Докажите, что вершины гиперболы и четыре точки пересечения ее директрис с асимптотами лежат на одной окружности. Выразить радиус этой окружности через длину действительной полуоси.

2. Найдите общие касательные эллипса $\dfrac{x^2}{45}+\dfrac{y^2}{20}=1$ и параболы $y^2=\dfrac{20}{3}x$.

3. Окружность с центром в начале координат проходит через фокусы гиперболы $x^2-y^2=a^2$. Найдите точки пересечения окружности с асимптотами гиперболы.

4. Докажите, что кривая второго порядка, заданная уравнением $34x^2+24xy+41y^2-44x+58y+1=0$, является эллипсом.

5. Пусть O – центр эллипса, a и b – его полуоси, а A и B – такие точки эллипса, что прямые OA и OB взаимно перпендикулярны. Докажите, что величина $|OA|^2+\dfrac{1}{|OB|^2}$ постоянна для всех возможных пар точек A и B.

6. Параболоид $xy=z$ проектируется на плоскость xOy лучами, параллельными прямой $x=y=z$. Найдите форму тени.

7. Определите ГМ перпендикуляров, опущенных из точки $(3,\ 2,\ 2)$ на плоскости, касающиеся сферы $x^2+y^2+z^2=1$ вдоль окружности, по которой эта сфера пересекается с плоскостью $2x+2y+z-1=0$.

8. Найдите уравнения прямолинейных образующих параболоида $\dfrac{x^2}{8}-\dfrac{y^2}{2}=2z$, параллельных плоскости $6x+4y-8z+1=0$.

9. Найдите уравнение диаметральной плоскости поверхности $x^2-xy+2zy+x-z=0$, проходящей через точку $(1,\ 1,\ 1)$ и сопряженной к прямой, параллельной плоскости xOy.

10. Ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду уравнение поверхности $36x^2+9y^2+4z^2+36xy+24xz+12zy-49=0$. Найдите формулы преобразования координат.

Зачетное задание по аналитической геометрии. Семестр 2. Вариант 11

1. Две параболы, оси которых взаимно перпендикулярны, имеют четыре точки пересечения. Докажите, что они лежат на одной окружности.

2. Найдите параметр p параболы $y^2 = 2x$, если известно, что она касается прямой $x-2y+5 = 0$.

3. Найдите длину и уравнение перпендикуляра, опущенного из фокуса параболы $y = -\frac{x^2}{8}$ на прямую, отсекающую на осях координат отрезки $a = b = 2$.

4. Докажите, что кривая второго порядка, заданная уравнением $7x^2 + 48xy - 7y^2 - 62x - 34y + 98 = 0$, является гиперболой.

5. Пусть O – центр эллипса, a и b – его полуоси, а A и B – такие точки эллипса, что прямые OA и OB – взаимно перпендикулярны. Найдите наибольшую и наименьшую длину отрезка AB.

6. Найдите уравнение эллипсоида, оси которого совпадают с осями координат, если известно, что он проходит через окружность $x^2 + y^2 + z^2 = 9,\ z = x$ и точку $(3,\ 1,\ 1)$.

7. Определите ГМ оснований перпендикуляров, опущенных из начала координат на касательные плоскости к сфере $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 - 9 = 0$ вдоль окружности, по которой эту сферу пересекает плоскость $x + y + z - 2 = 0$.

8. Найдите уравнения семейства прямолинейных образующих конуса $x^2 - y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + 6 = 0$.

9. Найдите уравнения диаметра поверхности $x^2 + 2y^2 - z^2 - 2xy - 2yz + 2xz - 4x - 1 = 0$, сопряженного плоскости $x + y + 2z - 7 = 0$.

10. Ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду уравнение поверхности $6x^2 - 2y^2 + 6z^2 + 4xz + 8x - 8z = 0$. Найдите формулы преобразования координат.

Зачетное задание по аналитической геометрии. Семестр 2. Вариант 12

1. На эллипсе $\dfrac{x^2}{30} + \dfrac{y^2}{24} = 1$ найдите точку, отстоящую на расстоянии 5 ед. от его малой оси.

2. Докажите, что касательная к гиперболе в произвольной ее точке делит пополам угол, образованный лучами, выходящими из этой точки и проходящими через фокусы гиперболы.

3. Постройте по точкам пересечения с осями координат параболы $4y = 12 - x^2,\ 4x = 12 - y^2$ и найдите длину их общей хорды.

4. Докажите, что кривая второго порядка, заданная уравнением $x^2 + 2xy + y^2 + x = 0$, является параболой.

5. Через центр окружности $x^2 + y^2 = 2ax$ проведена прямая, параллельная прямой $x + 2y = 0$ и пересекающая окружность в точках A и B. Найдите площадь треугольника AOB.

6. Найдите уравнение фигуры, которая лежит в полупространстве $x \geq 0$, состоящей из центров шаров, касающихся плоскости yOz и шара $(x - a)^2 + y^2 + z^2 = a^2$.

7. Определите ГМ оснований перпендикуляров, опущенных из центра эллипсоида $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} + \dfrac{z^2}{c^2} = 1$ на касательные плоскости к нему.

8. Найдите уравнение плоскости, проходящей через точки $(2,\ 1,\ 0)$ и $(8,\ 2,\ 1)$ и пересекающей параболоид $y^2 - 4z^2 = 2x$ по паре прямых.

9. Найдите уравнения диаметра поверхности $x^2 + 9y^2 + 2z^2 - 4xy - 6xz + 2yz + 8x - 16y + 1 = 0$, который проходит через начало координат и найдите уравнение сопряженной с ним диаметральной плоскости.

10. Ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду уравнение поверхности $x^2 - 2y^2 + z^2 + 4xy - 8zx - 4zy - 14x - 4y + 14z + 16 = 0$. Найдите формулы преобразования координат.

Зачетное задание по аналитической геометрии. Семестр 2. Вариант 13

1. Найдите каноническое уравнение эллипса, зная, что сумма полуосей и расстояние между фокусами равны по 8 ед.

2. Докажите, что касательные в точке пересечения двух парабол с общим фокусом и противоположно направленными осями взаимно перпендикулярны.

3. Дан треугольник ABC : $A(4,\ 2)$, $B(8,\ 2)$, $C(4,\ 5)$. Напишите уравнение параболы, описанной около треугольника так, чтобы медиана AD, проведенная из A была ее диаметром.

4. Дано уравнение $2x^2+xy+2y^2+3x-2y+1=0$. Преобразованием уравнения освободитесь от члена с произведением xy.

5. Докажите, что касательная к эллипсу составляет равные углы с фокальными радиусами в точке касания.

6. При каком условии плоскость $Ax+By+Cz=0$ пересекает конус $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}-\dfrac{z^2}{c^2}=0$ по паре действительных прямых.

7. Найдите на эллипсоиде $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}+\dfrac{z^2}{c^2}=1$ ГМ точек, обладающих тем свойством, что расстояние от центра эллипсоида до касательных плоскостей к эллипсоиду во всех точках этого ГМ имеет одно и то же значение, равное d.

8. Даны параболоид $\dfrac{z^2}{4}+\dfrac{y^2}{9}-\dfrac{x^2}{25}=1$ и плоскость $6x-10y+15z+1=0$. Найдите уравнение плоскости, параллельной данной и пересекающей параболоид по паре прямых. Найдите угол между этими прямыми.

9. Найдите уравнение той диаметральной плоскости поверхности $6x^2+9y^2+z^2-4zx+6xy-2y-3=0$, которая параллельна плоскости $x+3y-z+5=0$, и найдите сопряженный с ней диаметр.

10. Ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду уравнение поверхности $x^2+y^2+5z^2-6xy+2zx-2zy-4x+8y-12z+14=0$. Найдите формулы преобразования координат.

Зачетное задание по аналитической геометрии. Семестр 2. Вариант 14

1. Дано уравнение эллипса $25x^2 + 169y^2 = 4225$. Найдите длины осей, координаты фокусов и эксцентриситет этого эллипса.

2. При каком необходимом и достаточном условии через точку $M_0\ (x_0,\ y_0)$ можно провести две касательных к параболе $y^2 = 2px$.

3. Найдите асимптоты гиперболы, для которой оси координат образуют одну пару сопряженных диаметров, а прямые $x - y = 0,\ x - 4y = 0$ – другую пару сопряженных диаметров.

4. Дано уравнение $x^2 + 2xy + y^2 - 5x - 3y - 2 = 0$. Преобразованием уравнения освободитесь от члена с произведением xy.

5. Найдите площадь равностороннего треугольника, вписанного в гиперболу $x^2 - y^2 = a^2$.

6. Найдите уравнение сферы, проходящей через две окружности: $x^2+y^2+z^2-4y-2z-28 = 0,\ 2x - y - 2z + 1 = 0$ и $x^2 + y^2 + z^2 + 2y + 4z - 22 = 0,\ 2x + 2y + z + 4 = 0$.

7. Найдите касательную плоскость к поверхности $4x^2 + 6y^2 + 4z^2 + 4zx - 8y - 4z + 3 = 0$, параллельную плоскости $x + 2y + 2 = 0$.

8. Найдите уравнения семейства прямолинейных образующих цилиндра $3x^2-y^2+8z^2-2xy+14zx + 2yz + 4 = 0$. Вычислите угол, который составляет ось цилиндра с осью Ox.

9. Найдите главные оси и главные диаметральные плоскости поверхности $x^2 + y^2 + 5z^2 - 6xy - 2zx + 2zy - 6x + 6y - 6z + 9 = 0$.

10. Ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду уравнение поверхности $4x^2 + 5y^2 + 6z^2 - 4xy + 4zy + 4x + 6y + 4z - 27 = 0$. Найдите формулы преобразования координат.

Зачетное задание по аналитической геометрии. Семестр 2. Вариант 15

1. Вычислите длину стороны правильного треугольника, вписанного в параболу $y^2 = 2px$.

2. Найдите радиус наибольшей окружности, лежащей внутри параболы $y^2 = 2px$ и касающейся этой параболы в ее вершине.

3. Напишите уравнение параболы, касающейся Ox в точке $(3,\ 0)$, а Oy – в точке $(0,\ 2)$.

4. Приведя уравнение $x^2 + 6xy + y^2 + 6x + 2y - 1 = 0$ к каноническому виду, исследуйте его геометрический смысл.

5. Постройте эллипс $x^2 + 4y^2 = 4$ и параболу $x^2 = 6y$. Найдите площадь трапеции, основаниями которой служат большая ось эллипса и общая хорда эллипса и параболы.

6. Даны вершины эллипсоида $(8,\ 0,\ 0)$, $(-2,\ 0,\ 0)$. Найдите уравнение этого эллипсоида, зная, что плоскость yOz пересекает его по эллипсу: $x = 0,\ \dfrac{y^2}{9} + \dfrac{z^2}{4} = 1$.

7. На поверхности $x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 2xy + 2xz + 4yz = 8$ найдите точки, в которых касательные плоскости параллельны координатным плоскостям.

8. Найдите уравнения семейства прямолинейных образующих цилиндра $4x^2 + y^2 + 37z^2 + 24zx - 2zy + 40x + 120z + 84 = 0$. Найдите угол между образующими и осью Oz.

9. Найдите главные оси и главные диаметральные плоскости поверхности $x^2 + y^2 - 3z^2 - 6zy - 6xz - 2xy + 2x + 2y + 4z = 0$.

10. Ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду уравнение поверхности $x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2zx - 2xy + 2x + z + y = 0$. Найдите формулы преобразования координат.

Зачетное задание по аналитической геометрии. Семестр 2. Вариант 16

1. Изобразите множество точек, которое в прямоугольной системе координат задается неравенством: $|\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{36}| < 1$.

2. Докажите, что площадь параллелограмма, одна из вершин которого лежит на гиперболе, а две другие лежат на асимптотах постоянна.

3. Напишите уравнение гиперболы, проходящей через точку $(1,\ 1)$, касающейся Ox в точке $(3,\ 0)$, имеющей Oy своей асимптотой.

4. Приведя уравнение $3x^2 - 2xy + 3y^2 + 4x + 4y - 4 = 0$ к каноническому виду, исследуйте его геометрический смысл.

5. Из фокуса параболы $y^2 = 2px$, как из центра, описана окружность так, что общая хорда кривых одинаково удалена от вершины и от фокуса параболы. Найдите уравнение окружности.

6. Найдите уравнение фигуры, состоящей из точек всех касательных, проведенных из точки $(0,\ 0,\ 3)$ к эллипсоиду $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} + z^2 = 1$.

7. В какой точке эллипсоида$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ нормаль к нему образует равные углы с осями координат?

8. Найдите прямолинейные образующие поверхности $x^2 + y^2 = 2(z^2 + 1)$, проходящие через точку $(1,\ 1,\ 0)$. Найдите угол между проекциями образующих на плоскость xOz.

9. Найдите уравнения плоскостей симметрии поверхности $2x^2+9y^22+2z^2-4xy+4yz-1 = 0$.

10. Ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду уравнение поверхности $2x^2+5y^2+2z^2-2xy-4xz+2zy+2x-10y-2z-1 = 0$. Найдите формулы преобразования координат.

Зачетное задание по аналитической геометрии. Семестр 2. Вариант 17

1. В эллипс $\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{9}=1$ вписан правильный треугольник, одна из вершин которого совпадает с правой вершиной большой оси. Найдите координаты двух других вершин треугольника.

2. Найдите условие, при котором прямая $y=kx+b$ касается параболы $y^2=2px$.

3. Напишите уравнение гиперболы, имеющей асимптотами прямые $x-1=0,\ 2x-y+1=0$ и касающейся прямой $4x+y+5=0$.

4. Докажите, что заданное уравнение $21x^2+xy-10y^2=0$ представляет собой пару прямых, найдите уравнения этих прямых.

5. Найдите длину и уравнение перпендикуляра, опущенного из вершины параболы $y=x^2+2xa+a^2+b^2$ на прямую, отсекающую на осях координат отрезки a и b.

6. Оси координат служат осями симметрии однополостного гиперболоида. Найдите уравнение этого гиперболоида, если он проходит через линию $25x^2-16z^2=144,\ x=y$ и точку $(3,\ 4,\ 3)$.

7. Докажите, что нормали к поверхности вращения $z=f(\sqrt{x^2+y^2})$ $(f'\neq 0)$ пересекают ось вращения.

8. Докажите,что проекции прямолинейных образующих поверхности $\dfrac{x^2}{p}-\dfrac{y^2}{q}=2z$ $(p>0,\ q>0)$ на плоскость xOz касается параболы $x^2=2pz$.

9. Найдите уравнения плоскостей симметрии поверхности $4y^2-3z^2+4xy-4zx+8yz=0$.

10. Ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду уравнение поверхности $4x^2+y^2+9z^2+4xy-12zx-6zy+6x-2y-6z+2=0$. Найдите формулы преобразования координат.

Зачетное задание по аналитической геометрии. Семестр 2. Вариант 18

1. . На эллипсе $\dfrac{x^2}{100}+\dfrac{y^2}{36}=1$ найдите точку, расстояние которой от правого фокуса в четыре раза больше расстояния от ее левого фокуса.

2. Гипербола, оси которой совпадают с осями координат касается прямой $x-y-2=0$ в точке $(4,\ 2)$. Составьте уравнение этой гиперболы.

3. Напишите уравнение диаметра эллипса $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{12}=1$, проходящего через середину хорды, отсекаемой эллипсом на прямой $3x+2y-6=0$.

4. Докажите, что заданное уравнение $y^2-4xy-5x^2+5x-y=0$ представляет собой пару прямых, найдите уравнения этих прямых.

5. Найдите площадь четырехугольника с вершинами в точках пересечения параболы $y=4-x^2$ с осью Ox и с прямой $y=3x$.

6. Найдите уравнения прямых, по которым поверхность конуса вращения $xy+xz+yz=0$ пересекается с плоскостью, проходящей через ось и точку $(1,\ 2,\ 3)$.

7. Докажите, что двуполостный гиперболоид $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}-\dfrac{z^2}{25}=-1$ имеет лишь одну общую точку с плоскостью $10x-5y-z-10=0$, и найдите ее координаты.

8. Прямолинейная образующая однополостного гиперболоида проектируется в плоскость горлового сечения. Как будет расположена проекция относительно горлового сечения?

9. Дана поверхность $2x^2+2y^2+z^2-10xy+20x-8y+29=0$ и одна из ее диаметральных плоскостей $4x+3y+z-1=0$. Найдите диаметральные плоскости, сопряженные с данной плоскостью.

10. Ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду уравнение поверхности $x^2+5y^2+z^2+2xy+6xz+2zy-2x+6y+2z=0$. Найдите формулы преобразования координат.

Зачетное задание по аналитической геометрии. Семестр 2. Вариант 19

1. На эллипсе $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ найдите точку, для которой произведение фокальных радиус-векторов равно квадрату малой полуоси.

2. Напишите уравнение прямой, которая касается гиперболы $\dfrac{x^2}{5} - \dfrac{y^2}{4} = 1$ в точке $(5,\ -4)$.

3. Напишите уравнения двух сопряженных диаметров гиперболы $\dfrac{x^2}{16} - \dfrac{y^2}{12} = 1$, один из которых проходит через точку $(2,\ 1)$.

4. Какой вид примет уравнение кривой $x^2-2xy+2y^2-4x-6y+3=0$, если начало координат перенести в точку $(7,\ 5)$. Чем является эта точка для данной кривой?

5. Найдите угол между касательными к двум равносторонним гиперболам в их общей точке, если оси одной служат асимптотами другой.

6. Найдите параболоид вращения, проходящий через точку $(1,\ 1,\ 2)$ и окружность $z = x,\ x^2+y^2+z^2 = 2x+2z$.

7. Докажите, что двуполостный гиперболоид $\dfrac{x^2}{3} + \dfrac{y^2}{4} - \dfrac{z^2}{25} = -1$ имеет лишь одну общую точку с плоскостью $5x+2z+5=0$ и найдите ее координаты.

8. Докажите, что плоскость $4x-5y-10z-20=0$ пересекает однополостный гиперболоид $\dfrac{x^2}{25} + \dfrac{y^2}{16} - \dfrac{z^2}{4} = 1$ по прямолинейным образующим. Найдите уравнения этих образующих.

9. Найдите общую диаметральную плоскость трех поверхностей $3x^2+4xy+8x+8y-4z = 0,\ x^2+y^2+z^2-4x+6z-3=0,\ 2x^2+2y^2+z^2-10xy+20x-8y+29=0$.

10. Ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду уравнение поверхности $5x^2-y^2+z^2+4xy+6xz+2x+4y-6z-8=0$. Найдите формулы преобразования координат.

Зачетное задание по аналитической геометрии. Семестр 2. Вариант 20

1. Найдите уравнение гиперболы, зная уравнения ее асимптот $y = \pm x/2$ и координаты одной из ее точек $M(12, 3\sqrt{3})$.

2. Докажите, что касательные к гиперболе образуют с асимптотами равновеликие треугольники.

3. Составьте уравнение такой хорды эллипса $\dfrac{x^2}{25} + \dfrac{y^2}{16} = 1$, которая точкой $(2,\ 1)$ делится пополам.

4. Поворотом осей координат на угол 45 град. упростите уравнение $5x^2 - 6yx + 5y^2 = 32$. Постройте обе системы координат и заданную кривую.

5. Докажите, что отрезок касательной к гиперболе, заключенный между ее асимптотами, делится точкой касания пополам, если оси координат – асимптоты гиперболы.

6. Найдите длины осей эллипса, получаемого сечением эллипсоида $x^2 + y^2 + 4z^2 = 1$ плоскостью $x + y + z = 0$.

7. Найдите касательную плоскость к эллиптическому параболоиду $x^2 + y^2/4 = 2z$, параллельную плоскости $2x - y + 2z - 17 = 0$.

8. Убедившись в том, что точка $(2,\ 1,\ 0)$ лежит на поверхности $9y^2 - 4z^2 + 2x + 18y + 24z - 31 = 0$, определите тупой угол, образованный ее прямолинейными образующими, проходящими через данную точку.

9. Найдите угол между диаметральной плоскостью поверхности $x^2 - y^2 - z^2 + 4zx - 2zy - 8z + 6 = 0$, проходящей через ось Oz, и хордами ей сопряженными.

10. Ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду уравнение поверхности $2x^2 + y^2 + 2z^2 - 2xy + 2zy + 4x - 2y = 0$. Найдите формулы преобразования координат.

Зачетное задание по аналитической геометрии. Семестр 2. Вариант 21

1. Найдите уравнение гиперболы, имеющей общие фокусы с эллипсом $\dfrac{x^2}{49}+\dfrac{y^2}{24}=1$ при условии, что ее эксцентриситет равен $5/4$.

2. Найдите точку, в которой прямая $x+3y+9=0$ касается параболы $y^2=4x$.

3. Дана линия 2 порядка $5x^2+4xy+8y^2-32x-56y+80=0$. Найдите сопряженные диаметры этой линии, один из которых параллелен Oy.

4. Составьте уравнение и определите тип кривой второго порядка, проходящей через 5 точек: $(1,\ 1),\ (1,\ 0),\ (0,\ 1),\ (3,\ 2),\ (2,\ 3)$.

5. Докажите, что все треугольники, образованные асимптотами гиперболы и произвольной касательной к ней, имеют одну и ту же площадь. Выразите ее через полуоси гиперболы.

6. Докажите, что конус с вершиной в точке $(1,\ \dfrac{1}{2},\ 0)$ и с направляющей $x^2+y^2-2x-2y=0,\ z=1$ есть конус вращения.

7. Найдите уравнение касательной плоскости к однополостному гиперболоиду $x^2+\dfrac{y^2}{9}-\dfrac{z^2}{4}=1$, перпендикулярной к вектору $\vec{n}=\{6,\ 1,\ 3\}$.

8. Найдите уравнения прямолинейных образующих однополостного гиперболоида $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{9}-\dfrac{z^2}{16}=1$, параллельных плоскости $6x+4y+3z-11=0$.

9. Найдите главные направления поверхности $5x^2+8y^2+4xy+2x+44y-36z+65=0$.

10. Ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду уравнение поверхности $x^2+y^2+4z^2+2xy+4zx+4zy-6z-1=0$. Найдите формулы преобразования координат.

Зачетное задание по аналитической геометрии. Семестр 2. Вариант 22

1. Найдите уравнения асимптот и директрис гиперболы $\dfrac{x^2}{9} - \dfrac{y^2}{16} = 1$.

2. Составьте уравнения касательных к эллипсу $\dfrac{x^2}{30} + \dfrac{y^2}{24} = 1$, образующих угол 45 град. с прямой $x + 3y + 3 = 0$.

3. Найдите диаметры, сопряженные одновременно относительно двух линий $x^2 + 2xy - y^2 = 1,\ x^2 - 10xy + 4y^2 = 1$.

4. Составьте уравнение и определите тип кривой второго порядка, проходящей через 5 точек: $(-3,\ 0),\ (1,\ 0),\ (0,\ 1),\ (3,\ 2),\ (2,\ 3)$.

5. Докажите, что вершины ромба, описанного около эллипса, лежат на его осях.

6. Найдите уравнение поверхности, полученной при вращении прямой $2y + z - 2 = 0,\ x = 0$ вокруг оси Oz.

7. Дан гиперболический параболоид $y^2 - \dfrac{z^2}{4} = x$. Найдите уравнение касательной плоскости к нему в точке $(21,\ 5,\ 4)$ и определите линию пересечения ее с поверхностью.

8. Найдите уравнения прямолинейных образующих поверхности $y^2+3xy+2yz-zx+3x+2y = 0$, проходящих через начало координат.

9. Найдите главные диаметральные плоскости поверхности $8y^2+4xy+2zx+4yz+4x+8y-9 = 0$.

10. Ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду уравнение поверхности $7x^2+6y^2+5z^2-4xy-4zy-6x-24y+18z+30 = 0$. Найдите формулы преобразования координат.

Зачетное задание по аналитической геометрии. Семестр 2. Вариант 23

1. На параболе $y^2 = 4.5x$ взята точка $M(x,\ y)$, находящаяся от директрисы на расстоянии $d = 9.125$. Вычислите расстояние этой точки от вершины параболы.

2. Составьте уравнение гиперболы, оси которой совпадают с осями координат, если она касается прямых $x = 1$ и $5x - 2y + 3 = 0$.

3. Напишите уравнение параболы, проходящей через $(0,\ 1)$, для которой прямая $x - 2y = 0$ служит диаметром, а прямая $x + y = 0$ – касательной в точке пересечения этого диаметра с параболой.

4. Проверьте, что данная кривая второго порядка $x^2 - 8y + 17y^2 + 8x - 38y + 24 = 0$ является центральной. Найдите координаты центра и избавьтесь в уравнении от членов первой степени при помощи переноса начала координат в центр.

5. Земля движется по эллипсу, в одном из фокусов которого находится Солнце. Наименьшее расстояние от Земли до Солнца приблизительно равно 147,5 млн.км, а наибольшее - 152,5 млн.км. Найдите большую полуось и эксцентриситет орбиты Земли.

6. Через начало координат провести прямые асимптотического направления для поверхности $x^2 - 2y^2 - 4xy - 10xz - 4yz - 10 = 0$, параллельные плоскости $3x + y - 4z - 3 = 0$.

7. Через прямую $z = 1,\ y = 0$ проведите плоскости, касательные к двуполостному гиперболоиду $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{4} - \dfrac{z^2}{16} = -1$, и определите точки их касания.

8. Найдите острый угол между проекциями на плоскость xOy прямолинейных образующих поверхности $\dfrac{x^2}{9} - \dfrac{y^2}{4} = z$, проходящих через точку $(12,\ 4,\ 12)$.

9. Найдите общую диаметральную плоскость трех поверхностей $6xy - 8y^2 - z^2 + 60y + 2z + 89 = 0,\ y^2 + 2zx + 2x + 2z + 1 = 0,\ x^2 + z^2 + y^2 + 2xy - 12x + 4y + 6z - 3 = 0$.

10. Ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду уравнение поверхности $2x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 4xy + 2xz + 2yz - 4x + 6y - 2z + 3 = 0$. Найдите формулы преобразования координат.

Зачетное задание по аналитической геометрии. Семестр 2. Вариант 24

1. Найдите угол между асимптотами гиперболы эксцентриситет которой равен 2.

2. Найдите расстояние между касательными к эллипсу $x^2+2y^2=1$, параллельными прямой $x+y=1$.

3. В эллипс $x^2+4y^2=25$ вписан параллелограмм, одной из сторон которого является прямая $x+2y-7=0$. Найдите остальные его стороны.

4. Проверьте, что данная кривая второго порядка $5x^2+xy-4x-y-1=0$ является центральной. Найдите координаты центра и избавьтесь в уравнении от членов первой степени при помощи переноса начала координат в центр.

5. Найдите наименьший острый угол между сопряженными диаметрами эллипса с полуосями a и b, $a>b$.

6. Из центра поверхности $x^2+4y^2-40z^2+4x-8y-16z-12=0$ провести прямые асимптотического направления.

7. Найдите касательные плоскости поверхности $6x^2+4y^2+4z^2+4zy-8x-1=0$, параллельные плоскости $2x+3y+8=0$.

8. Найдите уравнения прямолинейных образующих конуса $9x^2-y^2-z^2+36x-2y+35=0$. Найдите угол между образующими и осью конуса.

9. Найдите общие диаметральные плоскости двух поверхностей $x^2-7y^2+24zy-2x-120y=0$, $4x^2+4y^2-4xy-12x-12y-5z+1=0$.

10. Ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду уравнение поверхности $2x^2+10y^2-2z^2+12xy+8yz-12x+4y+8z-1=0$. Найдите формулы преобразования координат.