

Задачі локалізації точки

Власенко Дмитро Іванович

кафедра геометрії, ММФ

Харків, 2014

Зміст

- 1 Постановка задачі
- 2 Належність простому багатокутнику
 - Належність опуклому багатокутнику
 - Належність зірчастому багатокутнику
 - Належність довільному багатокутнику
- 3 Належність пласкому прямолінійному графу (ППЛГ)
 - Метод смуг
 - Метод ланцюгів

Постановка задачі

Задачу локалізації точок називають ще задачею про належність точок.

Належність багатокутнику

Визначено простий багатокутник P та точка z . З'ясувати чи розташована точка z в середині P .

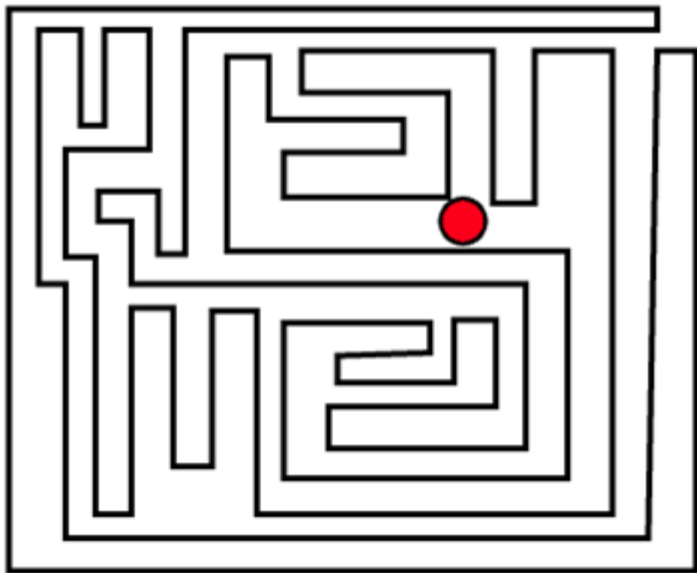
Належність опуклому багатокутнику

Визначено опуклий багатокутник P та точка z . З'ясувати чи розташована точка z в середині P .

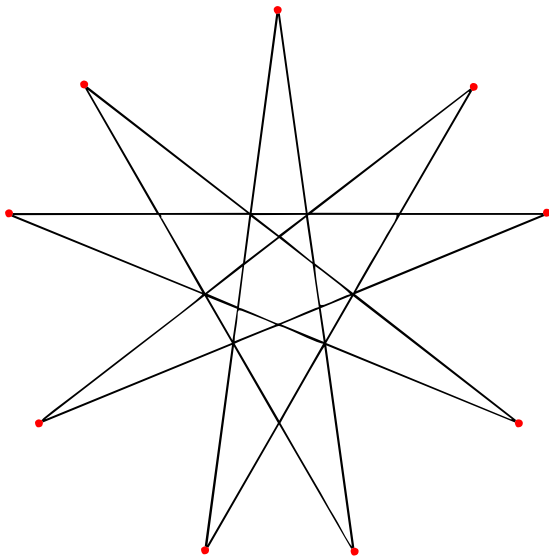
Належність пласкому прямолінійному графу (ППЛГ)

Визначено ППЛГ P , який розбиває площину на багатокутні області, та точка z . З'ясувати якій області належить точка z в середині P .

Чи належить точка багатокутнику?



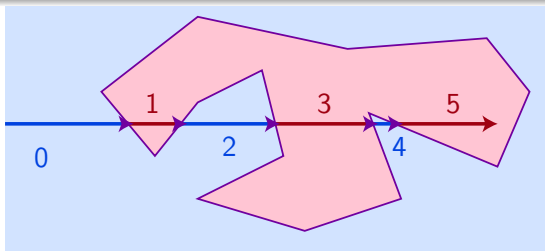
Чи належить точка довільному багатокутнику?



Належність простому багатокутнику

Облік кількості перетинів

Випускається промінь з цієї точки в довільному напрямку, і рахується скільки разів промінь перетинає ребра многокутника. Для цього достатньо пройтися в циклі по ребрах многокутника і визначити, чи перетинає промінь кожне ребро. Якщо кількість перетинів непарна, то оголошується, що точка лежить всередині многокутника, якщо парна — то зовні. Метод засновано на тому простому спостереженні, що при русі по променю з кожним перетином межі точка поперемінно виявляється то всередині, то зовні многокутника.

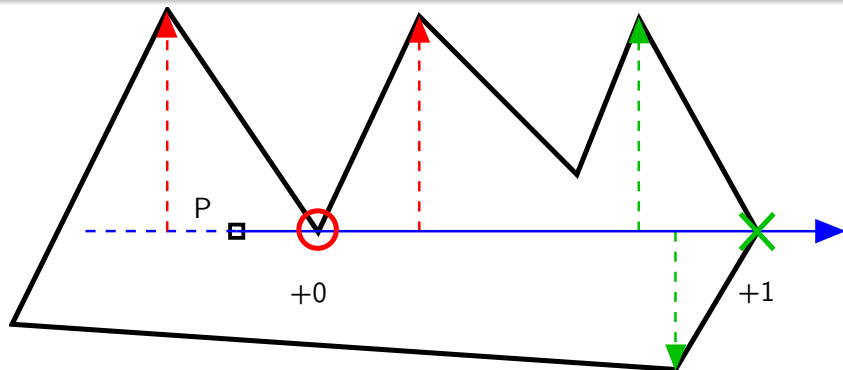


Належність простому багатокутнику

Якщо промінь проходить через вершину

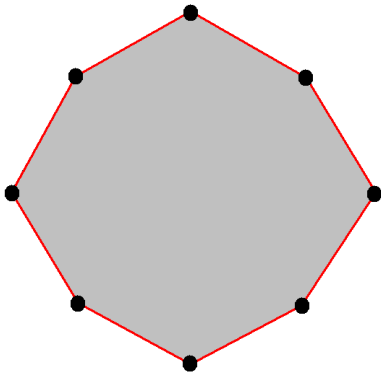
Сусідні вершини:

- по один бік від променя
- по різні боки



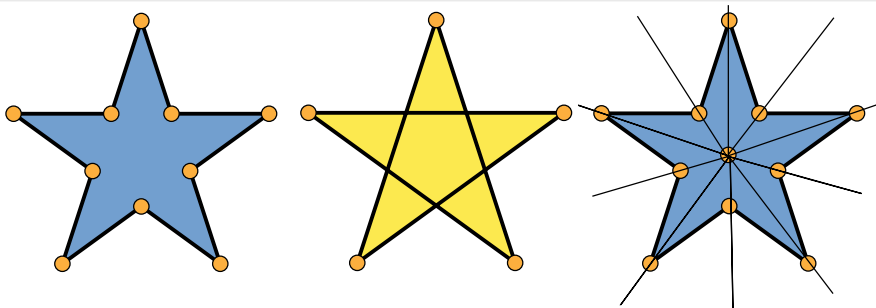
Належність опуклому багатокутнику

Довільний промінь перетинає опуклий багатокутник максимум в двох точках. Список ребер розділяється на два впорядкованих переліка за координатою y . Тому належність точки можна обчислити за логарифмічний час.



Належність зірчастому багатокутнику

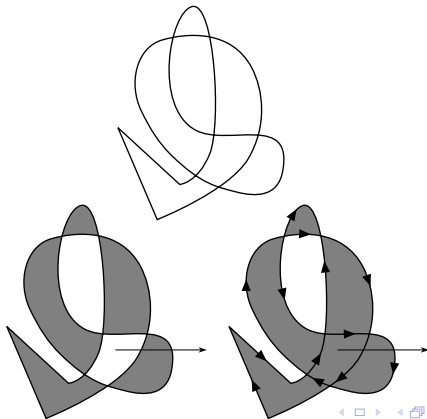
Для зірчастого багатокутника знайдеться точка відносно якої вершини, а значить і ребра багатокутника, можна впорядкувати за полярним кутом. Тим самим визначення належності точки — це визначення якому саме сектору належить точка. Таким чином належність точки можна обчислити за логарифмічний час.



Належність довільному багатокутнику

Облік кількості обертів

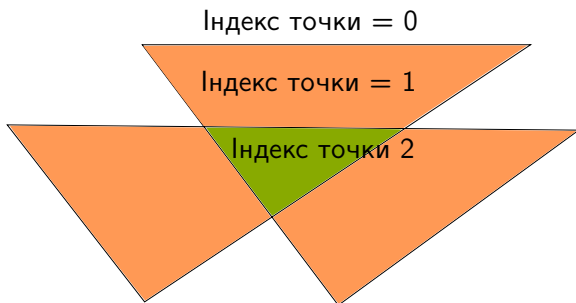
Цей метод базується на понятті індекса контура відносно точки. Якщо індекс дорівнює нулю, то вважається, що точка розташована зовні многокутника, якщо не нуль, то всередині.



Належність довільному багатокутнику

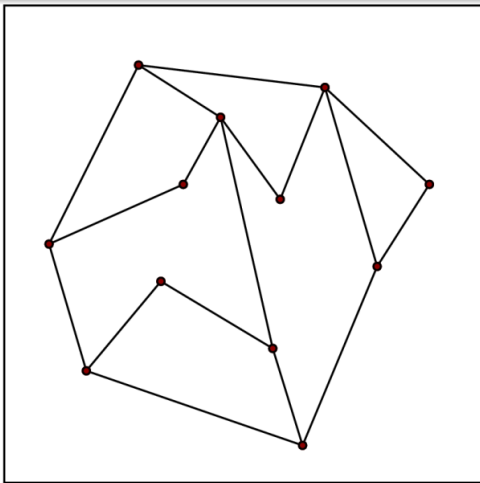
Обчислення індексу

відбувається наступним чином. Випускається промінь з заданої точки в довільному напрямку і розглянемо ребра, які він перетинає. Кожному перетинанню приписується число $+1$ або -1 , залежно від того, як ребро перетинає промінь — за годинниковою або проти годинникової стрілки. Сума отриманих величин i є індексом точки.



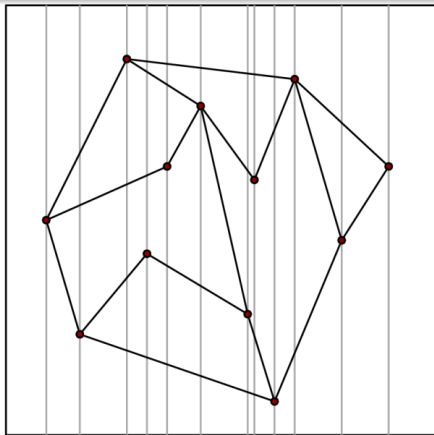
Належність пласкому прямолінійному графу (ППЛГ)

Для заданого плаского планарного графа потрібно визначити якій саме області належить точка.



Метод смуг

Через кожну вершину графа проводимо вертикальну лінію. Таким чином отримуємо вертикальні смуги впорядковані за координатою x . Для кожного ребра, яке перетинає смугу записуємо нове укорочене ребро у впорядкований перелік за координатою y .



Метод смуг. Час $\log N$. Пам'ять N^2 у найгіршому випадку.

Пошук відбувається за логарифмічний час з використанням квадратичної пам'яті у найгіршому випадку.



Метод ланцюгів

Ідея методу походить від пошуку в прямокутній решітці. Граф розбивається на «вертикальні» та «горизонтальні» смуги. Пошук відбувається за час $\log^2 N$. Використовується пам'ять $N \log N$.

