Доказать методом математической индукции:

1. $4^n + 15n - 1$ делится на 9 для натуральных чисел n.

2. n различных прямых общего положения (никакие три не проходят через одну точку, никакие две не параллельны) делят плоскость на $\frac{n^2+n+2}{2}$ частей.

3. $$1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + \ldots + n \cdot n! = (n+1)! - 1.$$

4. Последовательность $\{x_n\}$ задана рекуррентным образом: $x_1 = 0$, $x_{n+1} = 5x_n + \sqrt{24x_n^2 - 1}$ для всех $n \in \mathbb{N}$. Доказать, что все члены последовательности, начиная со второго, являются натуральными числами.

5. $$\frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 10} + \ldots + \frac{1}{(3n-2) \cdot (3n+1)} = \frac{n}{3n+1}.$$