

## Вариант 1

1. Решить уравнение

$$a^2x^2 - 2a^2x + x^2a + a^2 + 14xa - 12x^2 - 3a - 24x = 0$$

относительно  $x$ . При каких значениях  $a$  уравнение имеет более двух решений? Менее двух решений? Как найти эти значения и эти решения?

2. Построить анимированную последовательность кривых, имеющих в полярных координатах уравнения  $r = a\varphi + b$ , где  $a = 0.2$ ,  $b$  изменяется от 0.1 до 2 с шагом 0.1,  $\varphi \in [0, 6\pi]$ .
3. Построить эллипсоид в трехмерном пространстве.
4. Построить матрицу Вандермонде порядка 3 от переменных  $x, y, z$ , найти ее определитель и убедиться в том, что он равен  $(z - y)(z - x)(y - x)$ .

## Вариант 2

1. Решить уравнение

$$\sin^2 x + \sin x \cos x - 3/2 \sin x - 1/2 \cos x + 1/2 = 0$$

относительно  $x$ . Записать семейство решений в виде функции (или набора функций) нескольких дискретных переменных.

2. Построить анимированную последовательность кривых второго порядка  $y^2 = 2px - (1 - \varepsilon^2)x^2$ , где  $p = 1$ ,  $\varepsilon$  изменяется от 0 до 2 с шагом 0.1.
3. Построить геликоид в трехмерном пространстве.
4. Построить случайную квадратную матрицу порядка 4 с комплексными коэффициентами, с помощью метода Грама-Шмидта получить из ее строк новый базис и проверить, что он ортогонален относительно эрмитова скалярного произведения  $\langle a, b \rangle = \sum a_i \bar{b}_i$ .

### Вариант 3

1. Решить уравнение

$$-a^2x + x^2a + a^2 - 2xa + 3x^2 + 3a + 3x = 0$$

относительно  $x$ . При каких значениях  $a$  уравнение имеет более двух решений? Менее двух решений? Как найти эти значения и эти решения?

2. Построить анимированную последовательность кривых, имеющих в полярных координатах уравнения  $r = 2a \cos \varphi$ , где  $a$  изменяется от 0.1 до 1 с шагом 0.1,  $\varphi \in [0, 2\pi]$ .
3. Построить эллиптический параболоид в трехмерном пространстве.
4. Построить случайную квадратную матрицу порядка 4 и проверить, что ее след равен сумме собственных значений.

### Вариант 4

1. Решить уравнение

$$\sin x \cos x + 2 \cos^2 x + 5/2 \cos x + \sin x + 1/2 = 0$$

относительно  $x$ . Записать семейство решений в виде функции (или набора функций) нескольких дискретных переменных.

2. Построить анимированную последовательность эллипсов  $\frac{x^2}{\lambda^2} + \frac{y^2}{\lambda^2 - c^2} = 1$ , где  $c = 1$ ,  $\lambda$  изменяется от 1.1 до 3 с шагом 0.1.
3. Построить конус в трехмерном пространстве.
4. Построить случайную эрмитову матрицу порядка 4 и убедиться в том, что её собственные значения вещественные.

### Вариант 5

1. Решить уравнение

$$a^2 x^2 - 2 a^2 x - 2 x^2 a + a^2 - 4 x a - 2 a + 16 x = 0$$

относительно  $x$ . При каких значениях  $a$  уравнение имеет более двух решений? Менее двух решений? Как найти эти значения и эти решения?

2. Построить анимированную последовательность кривых, имеющих в полярных координатах уравнения  $r = a\sqrt{\cos 2\varphi}$ , где  $a$  изменяется от 0.1 до 1 с шагом 0.1,  $\varphi \in [-\pi/4, \pi/4] \cup [3\pi/4, 5\pi/4]$ .
3. Построить гиперболический цилиндр в трехмерном пространстве.
4. Построить случайную симметричную матрицу порядка 4 и убедиться в том, что её собственные векторы, отвечающие разным собственным значениям, ортогональны.

### Вариант 6

1. Решить уравнение

$$2 \sin x \cos x + \cos^2 x + 3/2 \cos x + \sin x + 1/2 = 0$$

относительно  $x$ . Записать семейство решений в виде функции (или набора функций) нескольких дискретных переменных.

2. Построить анимированную последовательность кривых  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = \lambda$ , где  $a = 1$ ,  $b = 2$ ,  $\lambda$  изменяется от  $-1$  до  $1$  с шагом 0.1.
3. Построить катеноид в трехмерном пространстве.
4. С помощью индексной функции построить матрицу, представляющую собой таблицу умножения поля  $\mathbb{Z}_7$ , и найти ее определитель.

## Вариант 7

1. Решить уравнение

$$a^2 x^2 - 2 a^2 x - 4 x^2 a + a^2 + 6 x a + 3 x^2 - 4 a + 3 = 0$$

относительно  $x$ . При каких значениях  $a$  уравнение имеет более двух решений? Менее двух решений? Как найти эти значения и эти решения?

2. Построить анимированную последовательность кривых, имеющих в полярных координатах уравнения  $r = \frac{a}{\cos \varphi} + b$ , где  $a = 0.2$ ,  $b$  изменяется от 0.1 до 1 с шагом 0.1,  $\varphi \in (-\pi/2, \pi/2)$ .
3. Построить гиперболический параболоид в трехмерном пространстве.
4. Построить случайную квадратную матрицу порядка 4, найти ее характеристический полином и убедиться в том, что его корни совпадают с собственными значениями матрицы.

## Вариант 8

1. Решить уравнение

$$\operatorname{tg} x \sin x + \operatorname{tg} x + 2 \sin x + \cos x + 1 = 0$$

относительно  $x$ . Записать семейство решений в виде функции (или набора функций) нескольких дискретных переменных.

2. Построить анимированную последовательность эллипсов  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2(1-\varepsilon^2)} = 1$ , где  $a = 2$ ,  $\varepsilon$  изменяется от 0 до 0.95 с шагом 0.05.
3. Построить двуполостный гиперboloид в трехмерном пространстве.
4. Построить случайную квадратную матрицу порядка 4 и проверить, что ее определитель равен произведению собственных значений.

## Вариант 9

1. Решить уравнение

$$a^2 x^2 - 2 a^2 x + 3 x^2 a + a^2 + 2 x a + 2 x^2 + 3 a + 12 x + 2 = 0$$

относительно  $x$ . При каких значениях  $a$  уравнение имеет более двух решений? Менее двух решений? Как найти эти значения и эти решения?

2. Построить анимированную последовательность кривых, имеющих в полярных координатах уравнения  $r = \frac{a}{\cos \varphi} + b \operatorname{tg} \varphi$ , где  $a = 0.2$ ,  $b$  изменяется от 0.1 до 1 с шагом 0.1,  $\varphi \in (-\pi/2, \pi/2)$ .
3. Построить эллиптический цилиндр в трехмерном пространстве.
4. С помощью индексной функции построить матрицу с элементами  $C_{i+j-2}^{j-1}$  порядка 10 (матрица Паскаля). Преобразовать ее в матрицу с нулями на месте четных элементов и единицами на месте нечетных.

## Вариант 10

1. Решить уравнение

$$\sin x \cos x + \cos^2 x + 1/2 \sin x - 1/4 = 0$$

относительно  $x$ . Записать семейство решений в виде функции (или набора функций) нескольких дискретных переменных.

2. Построить анимированную последовательность гипербол  $\frac{x^2}{\lambda^2} - \frac{y^2}{c^2 - \lambda^2} = 1$ , где  $c = 2$ ,  $\lambda$  изменяется от 0.2 до 3.8 с шагом 0.2.
3. Построить однополостный гиперболоид в трехмерном пространстве.
4. Построить случайную квадратную матрицу порядка 4, с помощью метода Грама-Шмидта получить из нее ортогональную и проверить, что полученная матрица ортогональная.