

Вариант 1

1. Решить уравнение

$$a^2x^2 - 2a^2x + x^2a + a^2 + 14xa - 12x^2 - 3a - 24x = 0$$

относительно x . При каких значениях a уравнение имеет более двух решений? Менее двух решений? Как найти эти значения и эти решения?

2. Построить анимированную последовательность кривых, имеющих в полярных координатах уравнения $r = a\varphi + b$, где $a = 0.2$, b изменяется от 0.1 до 2 с шагом 0.1, $\varphi \in [0, 6\pi]$.
3. Построить эллипсоид в трехмерном пространстве.
4. Построить матрицу Вандермонде порядка 3 от переменных x, y, z , найти ее определитель и убедиться в том, что он равен $(z - y)(z - x)(y - x)$.

Вариант 2

1. Решить уравнение

$$\sin^2 x + \sin x \cos x - 3/2 \sin x - 1/2 \cos x + 1/2 = 0$$

относительно x . Записать семейство решений в виде функции (или набора функций) нескольких дискретных переменных.

2. Построить анимированную последовательность кривых второго порядка $y^2 = 2px - (1 - \varepsilon^2)x^2$, где $p = 1$, ε изменяется от 0 до 2 с шагом 0.1.
3. Построить геликоид в трехмерном пространстве.
4. Построить случайную квадратную матрицу порядка 4 с комплексными коэффициентами, с помощью метода Грама-Шмидта получить из ее строк новый базис и проверить, что он ортогонален относительно эрмитова скалярного произведения $\langle a, b \rangle = \sum a_i \overline{b_i}$.

Вариант 3

1. Решить уравнение

$$-a^2x + x^2a + a^2 - 2xa + 3x^2 + 3a + 3x = 0$$

относительно x . При каких значениях a уравнение имеет более двух решений? Менее двух решений? Как найти эти значения и эти решения?

2. Построить анимированную последовательность кривых, имеющих в полярных координатах уравнения $r = 2a \cos \varphi$, где a изменяется от 0.1 до 1 с шагом 0.1, $\varphi \in [0, 2\pi]$.
3. Построить эллиптический параболоид в трехмерном пространстве.
4. Построить случайную квадратную матрицу порядка 4 и проверить, что ее след равен сумме собственных значений.

Вариант 4

1. Решить уравнение

$$\sin x \cos x + 2 \cos^2 x + 5/2 \cos x + \sin x + 1/2 = 0$$

относительно x . Записать семейство решений в виде функции (или набора функций) нескольких дискретных переменных.

2. Построить анимированную последовательность эллипсов $\frac{x^2}{\lambda^2} + \frac{y^2}{\lambda^2 - c^2} = 1$, где $c = 1$, λ изменяется от 1.1 до 3 с шагом 0.1.
3. Построить конус в трехмерном пространстве.
4. Построить случайную эрмитову матрицу порядка 4 и убедиться в том, что её собственные значения вещественные.

Вариант 5

1. Решить уравнение

$$a^2x^2 - 2a^2x - 2x^2a + a^2 - 4xa - 2a + 16x = 0$$

относительно x . При каких значениях a уравнение имеет более двух решений? Менее двух решений? Как найти эти значения и эти решения?

2. Построить анимированную последовательность кривых, имеющих в полярных координатах уравнения $r = a\sqrt{\cos 2\varphi}$, где a изменяется от 0.1 до 1 с шагом 0.1, $\varphi \in [-\pi/4, \pi/4] \cup [3\pi/4, 5\pi/4]$.
3. Построить гиперболический цилиндр в трехмерном пространстве.
4. Построить случайную симметричную матрицу порядка 4 и убедиться в том, что её собственные векторы, отвечающие разным собственным значениям, ортогональны.

Вариант 6

1. Решить уравнение

$$2 \sin x \cos x + \cos^2 x + 3/2 \cos x + \sin x + 1/2 = 0$$

относительно x . Записать семейство решений в виде функции (или набора функций) нескольких дискретных переменных.

2. Построить анимированную последовательность кривых $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = \lambda$, где $a = 1$, $b = 2$, λ изменяется от -1 до 1 с шагом 0.1.
3. Построить катеноид в трехмерном пространстве.
4. С помощью индексной функции построить матрицу, представляющую собой таблицу умножения поля \mathbb{Z}_7 , и найти ее определитель.

Вариант 7

1. Решить уравнение

$$a^2 x^2 - 2 a^2 x - 4 x^2 a + a^2 + 6 x a + 3 x^2 - 4 a + 3 = 0$$

относительно x . При каких значениях a уравнение имеет более двух решений? Менее двух решений? Как найти эти значения и эти решения?

2. Построить анимированную последовательность кривых, имеющих в полярных координатах уравнения $r = \frac{a}{\cos \varphi} + b$, где $a = 0.2$, b изменяется от 0.1 до 1 с шагом 0.1, $\varphi \in (-\pi/2, \pi/2)$.
3. Построить гиперболический параболоид в трехмерном пространстве.
4. Построить случайную квадратную матрицу порядка 4, найти ее характеристический полином и убедиться в том, что его корни совпадают с собственными значениями матрицы.

Вариант 8

1. Решить уравнение

$$\operatorname{tg} x \sin x + \operatorname{tg} x + 2 \sin x + \cos x + 1 = 0$$

относительно x . Записать семейство решений в виде функции (или набора функций) нескольких дискретных переменных.

2. Построить анимированную последовательность эллипсов $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2(1-\varepsilon^2)} = 1$, где $a = 2$, ε изменяется от 0 до 0.95 с шагом 0.05.
3. Построить двуполостный гиперболоид в трехмерном пространстве.
4. Построить случайную квадратную матрицу порядка 4 и проверить, что ее определитель равен произведению собственных значений.

Вариант 9

1. Решить уравнение

$$a^2x^2 - 2a^2x + 3x^2a + a^2 + 2xa + 2x^2 + 3a + 12x + 2 = 0$$

относительно x . При каких значениях a уравнение имеет более двух решений? Менее двух решений? Как найти эти значения и эти решения?

2. Построить анимированную последовательность кривых, имеющих в полярных координатах уравнения $r = \frac{a}{\cos\varphi} + b \operatorname{tg}\varphi$, где $a = 0.2$, b изменяется от 0.1 до 1 с шагом 0.1, $\varphi \in (-\pi/2, \pi/2)$.
3. Построить эллиптический цилиндр в трехмерном пространстве.
4. С помощью индексной функции построить матрицу с элементами C_{i+j-2}^{j-1} порядка 10 (матрица Паскаля). Преобразовать ее в матрицу с нулями на месте четных элементов и единицами на месте нечетных.

Вариант 10

1. Решить уравнение

$$\sin x \cos x + \cos^2 x + 1/2 \sin x - 1/4 = 0$$

относительно x . Записать семейство решений в виде функции (или набора функций) нескольких дискретных переменных.

2. Построить анимированную последовательность гипербол $\frac{x^2}{\lambda^2} - \frac{y^2}{c^2 - \lambda^2} = 1$, где $c = 2$, λ изменяется от 0.2 до 3.8 с шагом 0.2.
3. Построить однополостный гиперболоид в трехмерном пространстве.
4. Построить случайную квадратную матрицу порядка 4, с помощью метода Грама-Шмидта получить из нее ортогональную и проверить, что полученная матрица ортогональная.