

Вопросы к коллоквиуму по аналитической геометрии

2019 г., весна

1. Опорная гиперплоскость. Существование опорной гиперплоскости у выпуклого множества. Примеры. Описание замыкания выпуклой оболочки с помощью полупространств.
2. Достаточное условие выпуклости множества в терминах опорных гиперплоскостей.
3. Эллипс. Каноническое уравнение. Основные свойства. Фокальные радиусы и директориальное свойство эллипса.
4. Гипербола. Каноническое уравнение. Равносторонняя и сопряженная гиперболы. Основные свойства. Асимптоты. Фокальные радиусы и директориальное свойство гиперболы.
5. Парабола. Каноническое уравнение. Основные свойства. Прямой круговой конус. Эллипс, гипербола и парабола как конические сечения.
6. Фокальный параметр. Уравнения коник, отнесенные к вершине. Уравнения коник в полярных координатах.
7. Кривая. Примеры. Касательная, ее существование и единственность в регулярной точке. Случай явно заданной кривой.
8. Непрерывные функции и неявно заданные кривые на плоскости. Теорема о неявной функции и касательная к неявно заданной кривой.
9. Касательные к кривым второго порядка. Алгебраическая характеристика касательных. Оптические свойства коник.
10. Алгебраические гиперповерхности. Примеры. Гиперповерхности второго порядка (гиперквадрики) и аффинные квадратичные функции. Преобразование уравнения при замене координат.
11. Симметрия относительно точки. Центр гиперквадрики. Характеризация центров. Центральные и нецентральные гиперквадрики.
12. Теоремы о приведении уравнения гиперквадрики к каноническому виду в декартовых и в аффинных координатах.
13. Единственность уравнения гиперквадрики с точностью до умножения на число. Канонические уравнения кривых второго порядка.
14. Канонические уравнения поверхностей второго порядка и их основные свойства.
15. Конические поверхности. Цилиндрические поверхности. Поверхности вращения. Примеры.
16. Общая классификация гиперквадрик. Непрерывные функции, неявно заданные гиперповерхности и многомерная теорема о неявной функции. Явно заданные гиперповерхности.
17. Пересечение гиперквадрики с прямой. Асимптотические и особые направления. Существование точек пересечения для неасимптотического направления. Диаметральная гиперплоскость, сопряженная направлению.
18. Симметрия относительно гиперплоскости. Характеризация гиперплоскостей симметрии гиперквадрики. Собственные значения и собственные векторы матриц и операторов. Главные направления. Примеры.

19. Главные направления и канонический базис. Характеристическое уравнение. Инварианты. Вырожденные и невырожденные гиперквадрики. Приведение уравнений кривых второго порядка к каноническому виду с использованием инвариантов.